



TITLE:

微小トンネル接合の物理と巨視的
量子トンネリング(第43回物性若手
夏の学校(1998年度),講義ノート)

AUTHOR(S):

上田, 正仁

CITATION:

上田, 正仁. 微小トンネル接合の物理と巨視的量子トンネリング(第43回物性若手夏の学校(1998年度),講義ノート). 物性研究 1998, 71(3): 348-373

ISSUE DATE:

1998-12-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/96498>

RIGHT:

微小トンネル接合の物理と巨視的量子トンネリング

上田 正仁

広島大学工学部

1 はじめに

半径が a の金属微粒子の静電容量 C は、 ϵ_0 を真空の誘電率として $C = 4\pi a\epsilon_0$ で与えられるので、この金属球に電子を一個置くと、その静電エネルギーは $E_C = e^2/2C$ だけ高くなる。これを帯電効果 (charging effect) という。微粒子の直径が 100\AA になると静電エネルギーは温度に換算して $E_C/k_B = 1000\text{K}$ (k_B はボルツマン定数) という大きな値となるので、系はこれよりも十分低温では電気的中性を保とうとする。この制約、すなわち、系がグランドカノニカル集団ではなくカノニカル集団に従うという制約のために微粒子に含まれる電子数は揺らぐことができず、その熱力学的性質はバルク系の性質とは異なったものになる。これは久保効果として知られ [1]、孤立系の電荷が電気素量 e の整数倍しか取れないという事実がもたらす巨視的效果である。

電荷の離散性は、輸送現象にも影響を与える。図 1 に示されているように、二つの電極間（一方をソース電極、他方をドレイン電極と呼ぼう）を微粒子を介して電子が伝導する状況を考えよう。電極と微粒子間は酸化膜等によるポテンシャル障壁によって絶縁されていると仮定すると、電極間の電気伝導は量子力学的なトンネル効果によって起こる。電子がソース電極から微粒子にトンネルすると微粒子のエネルギーは E_C だけ高くなるので、十分低温で、しかも、ソースドレイン間の電圧 V が E_C/e よりも十分に小さいと、電子はトンネルするために必要なエネルギー E_C をどこからも得ることができず、トンネリングは禁止される。その結果、ゼロバイアス付近の直流伝導度は帯電効果により抑圧される。この現象は古くから知られていたが [2]、近年、クーロンブロッケイド (Coulomb blockade) という名の下に大きな注目を集めている [3]。その背景として、微細加工技術の進歩によってサブミクロンサイズの微小接合を制御よく作れるようになってきたことが挙げられる。たとえば、接合面の一辺が $0.1\mu\text{m}$ 、絶縁層の厚さが 10\AA の接合の静電容量はおおよそ 10^{-15} ファラッド (F)、帯電エネルギー E_C は温度に換算して 1K に達し、希釈冷凍器を用いた低温実験でクーロンブロッケイドの観測が可能になっている。これに対して、マクロな接合では E_C は $1\mu\text{K}$ 程度の微小量なので背景熱雑音に完全に覆い隠されてしまい、ブロッケイドは観測されない。マクロな接合では、トンネリングの離散性は電流

雑音スペクトルがショット雑音

$$S_I(\omega) = 2e\langle I \rangle \quad (1)$$

を示すという点にしか現れない。ここで、 $\langle I \rangle$ は平均電流であり、背景熱雑音は E_C よりは大いだが、ショット雑音よりは小さいものと仮定している（この条件は、実験的には容易に満足される）。

微小接合では帯電エネルギーが主要なエネルギースケールとなるためにこれを外部回路で変調することでトンネル確率を制御できる。たとえば、図1の中央電極（微粒子）にゲート端子をつけることによってソース・ドレイン間の電流をコントロールすることができるが、これは、電子一つのレベルで動作する電界効果トランジスタの実現を意味している [3]。

クーロンブロッケイドに基づく一連の単一電子デバイス、将来の単一電子エレクトロニクス (single-electron electronics) の中核となる可能性を秘めているばかりでなく、電流・電荷標準の実現や量子電気力学の検証へと応用されはじめている [4]。クーロンブロッケイドは一方では古典的な帯電エネルギーに基づいているために、材料の種類や次元によ

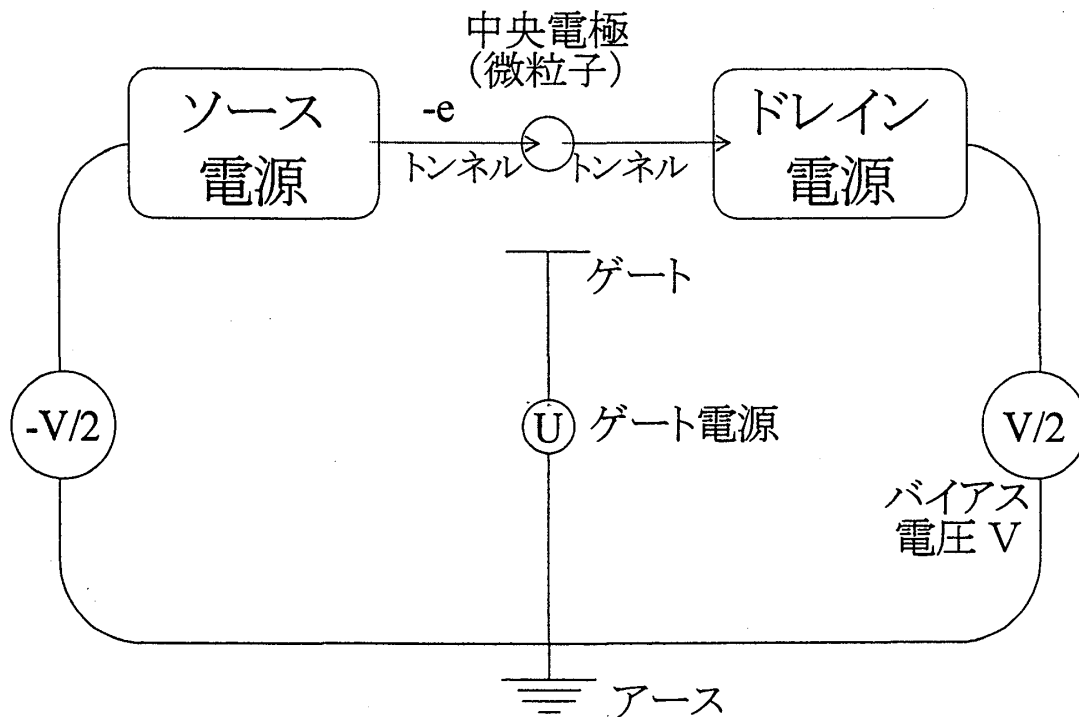


図1 酸化膜等で絶縁された微粒子を中間電極とする二重接合。微粒子の帯電効果のためにバイアス電圧 V がブロッケイドのしきい値を越えない限りトンネリングは禁止される。このしきい値をゲート端子に電圧 U を印加することで変調すればソースドレイン間の電流を一電子のレベルで制御することができる（単一電子トランジスタの原理）。

らず、また、接合の大きさを小さくすることによってデバイスが動作する温度を室温にまで上昇させることができるという、電子波干渉デバイスには無い利点がある。他方、その動作を制限する要因は古典的なクーロンエネルギーではなく、接合をとりまく交流電磁場環境、高次のトンネル効果、注入電流の非平衡量子揺らぎ、トンネル時間、巨視的量子現象といった多彩な量子効果にある。微小接合は、これまで物性物理にあまり登場しなかった、あるいは、純粋に理論家の研究対象でしかなかったこれらの問題を実験的に検証する格好の舞台を提供してくれる。以下では、微小トンネル接合と巨視的量子トンネリングに関心のある人が、文献を読み研究を進めていく上で必要な本質的な事項に的を絞って、やや掘り下げた解説を試みる。講義では、これらに加えて、最新のトピックスについても述べる予定である。なお、微小接合のデバイスへの応用については文献 [4] を、また、多数の接合を一次元・二次元的に配列した場合に現れる現象については文献 [5] を参照されたい。

2 量子化抵抗と量子揺らぎ

2.1 協同トンネリング (co-tunneling)

電子が微粒子にトンネルすると微粒子のエネルギーが E_C だけ増加すると述べたが、この古典的效果が量子効果によって覆い隠されないためには次の条件が必要である。すなわち、ソース・ドレイン間の電圧 V が E_C/e に比べて十分大きい高バイアス領域で定義された微分トンネル抵抗 R_T が

$$\text{条件 1} \quad R_T \gg R_K \equiv h/e^2 \simeq 25.8k\Omega$$

(h はプランク定数) を満足しなければならない。ここで、 R_K は、プランク定数と素電荷から構成される抵抗の次元を持つ基本量で、量子化抵抗と呼ばれる。条件 2 は次のような定性的な議論から導くことができる。微粒子にたまった電荷はトンネリングによって CR_T 程度の時間で緩和される。エネルギーと時間の不確定性原理によれば、系のエネルギーは h/CR_T 程度の不確定さを持つので、帯電効果が観測されるためには条件 $E_C \gg h/CR_T$ が満足されなければならない。これは、条件 1 と等価である。条件 1 が満足されないと、帯電効果は量子揺らぎによりマスクされるが、その微視的な理由は協同トンネリング (co-tunneling) と呼ばれる高次のトンネル効果である。

はじめに述べたように帯電効果のために図 1 で左から中央電極へのトンネリングが禁止される。しかし、このプロセスがエネルギー的に損でも、中央電極から右側の電極への

トンネリングが得で、両方を合わせると得になれば、2個の電子がコヒーレントにトンネリングすることが可能である。このように複数の電子がコヒーレントにトンネルする現象は協同トンネリングと呼ばれる。二重接合の場合その確率は R_K^2/R_1R_2 (R_1, R_2 は各接合のトンネル抵抗) に比例する高次の量であるが、クーロンブロッケイドのしきい値電圧以下では R_K/R_i ($i=1, 2$) に比例する最低次のトンネリングが禁止されているので、より高次のトンネリングが観測されるのである [6]。

単一電子トランジスターを利用した電荷の検出感度はブロッケイドのしきい値電圧以下ではトンネリングが起こらないということを前提としているので、協同トンネリングによる漏れ電流は、検出感度を劣化させる。協同トンネリングが起こる割合は2つのトンネル抵抗の積に反比例するので、これらの値を大きくすることによりその割合を小さくすることはできる。しかし、トランジスターの応答速度は CR_i ($i=1, 2$) に反比例するので、 R_i を大きくすると遅くなってしまう。デバイス応用上の観点からは、漏れ電流の抑圧と応答速度を上げることの最適化が課題となっている。一方、実験で観測される [7] 漏れ電流の大きさが協同トンネリングの理論予測 [8] よりも何桁も大きくなるという未解決の問題が存在している。

2.2 電磁場環境の影響

静電容量 C を持った単一接合の接合面に、はじめ電荷 Q がたまっているとする。トンネルする電子は電荷 $-e$ を運ぶので、電荷が接合面から逃げなければ、トンネリングの前後で帯電エネルギーが $\Delta E = (Q - e)^2/2C - Q^2/2C = e(e/2 - Q)/C$ だけ変化する。絶対零度でトンネリングが起こるための条件は $\Delta E < 0$ であるから、 $Q < e/2$ である限りトンネリングは禁止される。従って、接合に外部から一定の割合で電流 I を注入すれば、ほぼ等しい時間間隔 e/I をおいて電子が1個ずつトンネルし、接合にかかる電圧が同じ周期で鋸型の振動することが期待できる (図2 参照)。これを単一電子トンネル (Single-Electron-Tunneling —SET) 振動と呼ぶ [3]。

図2に示されているように、SET振動でトンネリングが起こるしきい値は $e/2$ 付近である。しかし、素電荷 e より更に小さい電荷とはいったい何を意味するのだろうか？ 実は、ここに現れる電荷はトンネル接合に蓄えられる静電エネルギーを $Q^2/2C$ に等しいとおくことで得られる実効的な表面電荷である。この表面電荷は、電流の注入により電極中の伝導電子全体の重心が、正イオン全体の重心に対して相対的に Δx だけずれる結果生じ、その大きさは Δx に比例するものと考えられる。ところが、この重心運動は、電極中に存在する伝導電子の数が非常に多数なために量子化されず、ほとんど連続的に変化できる。したがって、その結果生じる表面電荷もまた連続的に変化し得るのである。

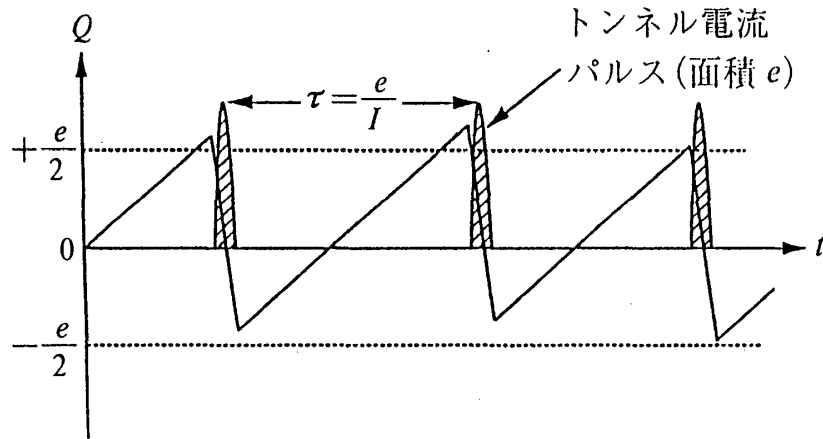


図2 単一電子トンネル振動。接合電荷 Q の大きさが $e/2$ 以下である限りトンネリングが禁止されるので、電流駆動された接合の電荷及び電圧 $V = Q/C$ は時間的に振動する。

理想的なSET振動が起これば、オーミックな場合($I \propto \bar{V}$)に比べて電流の立ち上がりが緩やか($I \propto \bar{V}^2$)になることが示される [3]。ここで、 \bar{V} は接合にかかる電圧の平均値である。ところが、実際に測定される電流電圧特性は理想的な放物曲線とオーミックな直線の間であり、クーロンブロッケイドの効果が弱められていることを示している [9]。これは、接合をとりまく電磁場環境がトンネリングに与える影響を考慮することで定性的に説明することができる。

一般に、電流電圧特性を測定するために接合につないだリード線と接合電荷の間には電気力線が走るので、電荷は接合面だけではなくリード線に沿っても分布する。この効果は浮遊容量として記述されるが、その大きさは pF (10^{-12}F) のオーダーであり、接合自身の容量よりも何桁も大きい。従って、電子が1個トンネルしても接合にかかった電圧はほとんど変化せず、ブロッケイドを効かなくしてしまう。浮遊容量を避ける方法は接合のごく近傍(数 μm 以内)に高抵抗体を接続することである。こうすればトンネリングによって運ばれた電荷は逃げ場を失い、クーロンエネルギーが損をするのでクーロンブロッケイドを引き起こす。

では、どれくらい高抵抗でなければならないか？簡単のため、リード線を抵抗 R_S で置き換えれば、接合面にたまった電荷は CR_S 程度の時間で緩和する。エネルギーと時間の不確定性関係によれば、この緩和にともなって系のエネルギーに \hbar/CR_S 程度の不確定性が生じる [10]。帯電効果が観測されるためには、条件 $E_C \gg \hbar/CR_S$ が満たされなければならないので、

$$\text{条件 2} \quad R_S \gg R_K$$

が導かれる。すなわち、単一接合でクーロンブロッケイドが起こるためには、帯電エネル

ギーが確定するのに必要な \hbar/E_C 程度の時間内には電荷が接合面から逃げないようにしなければならない。微粒子を中間電極とする二重接合では条件 2 が電荷閉じ込めの条件 2 を兼ねているのでブロッケイドの観測は比較的容易であるが、単一接合では金属のリード線で後者を満足させなければならない。ところが、SET 振動が起こっているギガヘルツという高周波数領域での実効的な抵抗値は真空のインピーダンス $Z_V \simeq 377\Omega$ と同程度になり、条件 2 を満足することが困難である。Cleland らは Ni-Cr の合金で $2\mu m$ の細線を作り、抵抗量子 R_K の十倍程度の高抵抗リード線を作製することで、ゼロバイアス付近のトンネル抵抗が二倍程度に増大することを観測した [9]。しかし、熱的揺らぎが効かないと考えられる低温でも抵抗が無大とはならず、ブロッケイドが接合電荷の量子揺らぎによって弱められていることを示している。

以上のような材料面、技術面の困難だけではなく、高周波数領域の抵抗値にはもっと本質的な制約がある。一般に周波数が高くなるに従って電流は変位電流として電磁波によって運ばれるようになり、インピーダンスは真空での値 $Z_V = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2} \simeq 377\Omega$ に近づく。これと R_K との比は微細構造定数 $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c \simeq 1/137$ の 2 倍 $Z_V/R_K = 2\alpha$ となり 1 よりもずっと小さな値となる。抵抗体の値は最高のものでギガヘルツでの値 $\sim R_K$ からマイクロ波の周波数帯域での値 $\sim Z_V$ へと減少する。微細構造定数の値が 1 より 2 桁も小さいことが単一接合におけるクーロンブロッケイドの観測を困難にしているということもできる。

3 荷電粒子のトンネリングにおける不確定性関係

以上の議論から、単一接合でのクーロンブロッケイドが接合をとりまく電磁場環境と切り離して考えることができないことが明らかになった。そこで、両者を統一的に記述するための基礎となる理論的考察を行おう。

2つの電極（それぞれ L, R と名づける）とポテンシャル障壁からなるトンネル接合は次のようなトンネルハミルトニアンで記述できる。

$$H_T = \int_{\mathbf{x}_1 \in L} d^3x_1 \int_{\mathbf{x}_2 \in R} d^3x_2 T(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1 | \mathbf{A}) \Psi^\dagger(\mathbf{x}_2) \Psi(\mathbf{x}_1) + \text{h.c.} \quad (2)$$

ここで、h.c. はエルミート共役、 $\Psi(\mathbf{x})$ は位置 \mathbf{x} における電子場の演算子、 T は位置 \mathbf{x}_1 から \mathbf{x}_2 へとトンネルする電子に対する確率振幅を与えている。電子は電荷 $-e$ をもっているため、ゲージ不変性の要請から T はベクトルポテンシャルによる位相変調を受ける（ここでは、スカラーポテンシャルをゼロとするゲージをとっている）。

$$T(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1 | \mathbf{A}) = T(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) e^{-i\phi(t)}, \quad \phi(t) = -\frac{e}{\hbar c} \int_{\mathbf{x}_1}^{\mathbf{x}_2} \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \quad (3)$$

従って、確率振幅 T は電子に対しては c -数であるが、電磁場に対しては非可換な演算子となっている。位相 $\phi(t)$ は一般に電子が \mathbf{x}_1 と \mathbf{x}_2 の間に辿った径路に依存するが、ポテンシャル障壁が $R_T \gg R_K$ を満たす程度に厚ければ、接合面に垂直な最短径路のみが効くと考えられる（これより長い径路は確率振幅の大きさ $|T(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)|$ が指数関数的に小さくなるのでトンネル確率にほとんど寄与しない）。電場 \mathbf{E} がベクトルポテンシャルと $\mathbf{E} = -(1/c)\partial\mathbf{A}/\partial t$ で結ばれていることを使うと $\phi(t)$ は

$$\begin{aligned} \phi(t) &= -\frac{e}{\hbar c} \int_{\mathbf{x}_1}^{\mathbf{x}_2} d\mathbf{x} \int^t dt' \frac{\partial}{\partial t'} \mathbf{A}(\mathbf{x}, t') \\ &= \frac{e}{\hbar} \int^t dt' \int_{\mathbf{x}_1}^{\mathbf{x}_2} d\mathbf{x} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t') \\ &= \frac{e}{\hbar} \int^t dt' V(t') \end{aligned} \quad (4)$$

のように変形される。ここで、 $V(t) = \int_{\mathbf{x}_1}^{\mathbf{x}_2} d\mathbf{x} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ は2点 \mathbf{x}_1 と \mathbf{x}_2 の間の電位差で、今の場合、接合にかかる電圧と考えられる。

次に、(4) 式で定義された位相と表面電荷の間に交換関係

$$[\phi, Q] = ie \quad (5)$$

が成立することを示そう。図3のように電子が2つの金属板に垂直に運動していると考え、運動方向の位置と運動量をそれぞれ x, p_x とする。電子は金属板間の電場 $E = V/d$ (d は2つの金属板の距離) によって加速されるので方程式

$$\frac{dp_x}{dt} = e \frac{V}{d} = \frac{\hbar}{d} \frac{d\phi}{dt} \quad (6)$$

が成立する。ここで、2番目の等式を導く際に(4)式を使った。他方、電子が Δx だけ移動すると金属板には $-e/d\Delta x$ なる鏡像電荷が誘起されるので等式

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{e}{d} \frac{dx}{dt} \quad (7)$$

が成立する。(6) 式と (7) 式から等式

$$[\phi, Q] = \frac{e}{\hbar} [x, p_x] \quad (8)$$

が成立するが、これに電子の位置と運動量の交換関係 $[x, p_x] = i\hbar$ を代入すれば、 ϕ と Q の間の交換関係(5)が得られる。ハイゼンベルグは試験電荷の位置と運動量の不確定性関係から、これによってプローブされる電場と磁場の間にも不確定性関係が成立しなければ

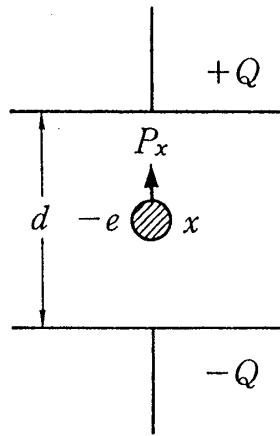


図3 荷電粒子のトンネリングにおける不確定性関係。トンネルする電子の位置と運動量間の不確定性関係のために、それと電磁相互作用する接合の電荷と位相の間にも同様な不確定性関係が成立する。

ならないことを指摘したが、(5) 式はこの積分形とみなすこともできる。

超伝導接合の場合は、電子の電荷 $-e$ をクーパー対の電荷 $-2e$ に変えるだけで全く同様な議論が成立し、交換関係 $[\phi, Q] = 2ei$ が得られる。この場合の位相 ϕ は接合の電位差 V と (4) 式で e を $2e$ で置き換えた式で結ばれているが、これはジョセフソンの加速方程式の積分形に他ならない。それ故、 ϕ は接合を挟む2つの超伝導体の秩序パラメータの位相 ψ_1 と ψ_2 差に定数を除き等しいことがわかる。

$$\phi = \psi_1 - \psi_2 \quad (9)$$

交換関係 $[\phi, Q] = 2ei$ から導かれる不確定性関係 $\Delta\phi\Delta Q \geq e$ は、ある1つの超伝導体の秩序パラメータの位相 ψ とクーパー対の数 N の不確定さの間に成立する関係式¹⁰⁾ $\Delta\psi\Delta N \geq 1/2$ とは異なるものである。前者は電場と磁場の交換関係から導かれる厳密な式であるのに対し、後者は N が連続変数と見なせるくらい十分に大きな値をとる場合に近似的に成立する式である。

さて、接合の静電容量 C にインダクタンス L が直列につながっている系を考えよう。インダクタンスを貫く磁束を Φ とすると系のハミルトニアンは

$$H = \frac{Q^2}{2C} + \frac{\Phi^2}{2L} \quad (10)$$

で与えられる。 Φ と Q が従う交換関係 $[\Phi, Q] = i\hbar$ から導かれる零点エネルギーのために電荷は

$$\langle \frac{Q^2}{2C} \rangle = \frac{\hbar\omega}{4} \rightarrow \Delta Q \equiv \sqrt{\langle Q^2 \rangle} = e\sqrt{\frac{R_K}{4\pi|Z|}} \quad (11)$$

程度揺らぐことがわかる。ここで、 $\omega = (LC)^{-1/2}$ は系の共鳴周波数、 $|Z| = \omega L$ はインダクタンスのインピーダンスの大きさである。一般の場合も線形な電磁応答を考える限り外部回路を共鳴周波数が分布した LC 回路の集まりであると考えることができるので、 $|Z|$ を SET 振動が起こっている周波数におけるリード線のインピーダンスの大きさであるとし、みなすことで同様の結果が得られる [11]。そこで、(11) 式に Cleland らの実験で実現された値 $|Z| \sim 10R_K$ を代入すると $\Delta Q \sim 0.1e$ が得られ、接合電荷の量子揺らぎがしきい値 $e/2$ の 20% にも達し、ブロッケイドの効果を弱めていることがわかる。

浮遊容量や、電荷の量子揺らぎは接合の電磁場環境と呼ばれ、単一接合におけるクーロンブロッケイドの観測を困難にしている。多重接合の場合も接合面にたまった電荷 q_i ($i = 1, 2, \dots$, 接合数) は大きな揺らぎを示すが、トンネル障壁に挟まれた電極の全電荷 $q_{i+1} - q_i$ は条件 2 が満足される限り素電荷の整数倍しか変化できないので、クーロンブロッケイドが観測されるのである。

今後、材料面で工夫することによって、更に大きな抵抗を持ったリード線を作製することが可能になるだろう。この際、ホットエレクトロンが障害になる可能性がある。その理由は電子がトンネルするごとに E_C 程度のエネルギーが伝導電子系に放出されるが、低温では電子格子相互作用が弱くなるために放出されたエネルギーが格子系に逃げるのができず、電子系の温度を上昇させるからである。そのうえ、リード線が高抵抗なために大きな運動エネルギーを獲得した電子が接合付近の狭い領域に (CR_S 程度の時間) 閉じこめられるので、ホットエレクトロンの効果が強められることが予想される。接合付近の温度上昇の効果を抑えつつリード線の抵抗を大きくする工夫が望まれる。

4 電流電圧特性の一般論

微小単一接合を記述するハミルトニアンは次のように書ける。

$$H = \frac{Q^2}{2C} + H_{qp} + H_{em} + H_t - QV_0 \quad (12)$$

ここで、右辺の第一項は接合の静電エネルギー、第二項は電極の伝導電子（準粒子）のハミルトニアン

$$H_{qp} = \sum_{k\sigma} \epsilon_{k\sigma} c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + \sum_{q\sigma} \epsilon_{q\sigma} c_{q\sigma}^\dagger c_{q\sigma} \quad (13)$$

($\epsilon_{k\sigma}$ と $\epsilon_{q\sigma}$ はそれぞれ左側、右側の伝導電子のエネルギー)、第三項は表面電荷と結合する電磁場モードのハミルトニアン、第四項はトンネルハミルトニアン

$$H_t = \sum_{kq\sigma} T_{kq} c_{q\sigma}^\dagger c_{k\sigma} e^{-i\phi} + \text{h.c.} \quad (14)$$

である。最後の項 $-QV_0$ は電荷 Q を接合面に運ぶために電源が系になした仕事を表している。このように電磁場と結合した系に外部から一定の電圧 V_0 を印加した場合の接合の電流電圧特性を求めたい。接合にかかる電圧の期待値は V_0 で、位相は (4) 式に従って時間発展するので、電荷と位相の期待値はそれぞれ $\langle Q(t) \rangle = CV_0$ 、 $\langle \phi(t) \rangle = \frac{eV_0}{\hbar}t + \text{定数}$ で与えられる。従って、(12) 式の右辺の第 1 項と第 5 項の和は $\tilde{Q}^2/2C - (1/2)CV_0^2$ と書くことができる。ここで $\tilde{Q} = Q - \langle Q \rangle$ である。定数項 $-(1/2)CV_0^2$ はエネルギーの原点をシフトさせるだけなので以下の議論では無視する。 $\langle \phi(t) \rangle$ は時間に陽に依存するのでこの部分をハミルトニアンから消去したい。この目的のために、次のようなユニタリー演算子を使ってハミルトニアンを変換する。

$$U = \exp\left(i \frac{eV_0}{\hbar} t \sum_{k\sigma} c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma}\right) \quad (15)$$

この演算子は時間に陽に依存するので、変換には注意を要する。実際、系の波動関数 Φ に対するシュレーディンガー方程式

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi = H\Phi \quad (16)$$

に $\Phi = U\Phi'$ を代入すると Φ' に対する方程式は

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi' = (U^\dagger H U - i\hbar U^\dagger \frac{\partial}{\partial t} U) \Phi' \quad (17)$$

となる。演算子 U は電子の演算子しか含まないので H_{em} は変化しない ($U^\dagger H_{\text{em}} U = H_{\text{em}}$)。他方、 $c_{k\sigma}$ は

$$U^\dagger c_{k\sigma} U = c_{k\sigma} e^{i \frac{eV}{\hbar} t} \quad (18)$$

のように変換されるので H_t は

$$H_T = U^\dagger H_t U = \sum_{kq\sigma} T_{kq} c_{q\sigma}^\dagger c_{k\sigma} e^{-i(\phi - \frac{eV}{\hbar}t)} + \text{h.c.} \quad (19)$$

のように変化する。 H_{qp} は変化しないが ($U^\dagger H_{\text{qp}} U = H_{\text{qp}}$)、これと (17) 式の右辺の第二項

$$-i\hbar U^\dagger \frac{\partial}{\partial t} U = \sum_{k\sigma} eV c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} \quad (20)$$

をたし合わせたものを H_{QP} と書くと新しいハミルトニアンは次のように書ける。

$$H = H_{QP} + H_{EM} + H_T \quad (21)$$

ここで、

$$H_{EM} = \frac{\tilde{Q}^2}{2C} + H_{em} \quad (22)$$

$$H_{QP} = \sum_{k\sigma} (\varepsilon_{k\sigma} + eV) c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + \sum_{q\sigma} \varepsilon_{q\sigma} c_{q\sigma}^\dagger c_{q\sigma} \quad (23)$$

$$H_T = H_T^+ + H_T^-, \quad H_T^+ = (H_T^-)^\dagger = \sum_{kq\sigma} T_{kq} c_{q\sigma}^\dagger c_{k\sigma} e^{-i\varphi} \quad (24)$$

但し、 φ は ϕ からその期待値 eVt/\hbar を差し引いた揺らぎの成分を表す。

$$\varphi(t) = \phi(t) - \langle \phi(t) \rangle \quad (25)$$

φ と ϕ の差は \tilde{Q} と Q の差と同様に c -数なので φ と \tilde{Q} も (5) 式と同じ交換関係を満足する。

$$[\varphi, \tilde{Q}] = ie \quad (26)$$

トンネル抵抗 R_T が抵抗量子 R_K よりも十分に大きい場合には、トンネルレートはフェルミの黄金律を使って計算することができる。(24) 式で H_T^+ は左側の電極から右側へのトンネリング、 H_T^- は反対方向へのトンネリングを表しているので、対応するトンネルレートをそれぞれ $\vec{\Gamma}(V)$ 、 $\overleftarrow{\Gamma}(V)$ と書くと、黄金律から次の等式が得られる。

$$\vec{\Gamma}(V) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{i,f} P_i |\langle f | H_T^+ | i \rangle|^2 \delta(E_f - E_i) \quad (27)$$

ここで、 $|i\rangle$ と $|f\rangle$ は始状態及び終状態を表し、 P_i は始状態が $|i\rangle$ である確率を表している。また、 E_i と E_f はそれぞれの状態での無摂動ハミルトニアン $H_0 = H_{QP} + H_{EM}$ のエネルギー固有値を表している。(27) 式のデルタ関数を積分形で表し、 $e^{-\frac{i}{\hbar} E_f t} |f\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar} H_0 t} |f\rangle$ などを使うと

$$\vec{\Gamma}(V) = \frac{1}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle H_T^-(t) H_T^+(0) \rangle_0 \quad (28)$$

$$H_T^-(t) = e^{\frac{i}{\hbar} H_0 t} H_T^-(0) e^{-\frac{i}{\hbar} H_0 t} \quad (29)$$

が得られる。ここで、

$$\langle \cdots \rangle_0 = \sum_i P_i \langle i | \cdots | i \rangle \quad (30)$$

は始状態についての統計平均を表している。(24) 式を (29) 式に代入すると簡単な計算の
のち

$$\vec{\Gamma}(V) = \frac{1}{e^2 R_T} \int d\varepsilon_k \int d\varepsilon_q f(\varepsilon_k) [1 - f(\varepsilon_q)] P(eV - (\varepsilon_q - \varepsilon_k)) \quad (31)$$

が得られる。ここで、トンネル抵抗 R_T は左右の電極の伝導電子のフェルミ面における状態密度 D_L , D_R とトンネル確率の期待値 $\langle |T_{kq}|^2 \rangle$ を用いて

$$R_T = \left[\frac{4\pi e^2}{\hbar} D_L D_R \langle |T_{kq}|^2 \rangle \right]^{-1} \quad (32)$$

で与えられる。また $P(E)$ は (24) 式の H_T^+ に現れる位相因子の相関関数で与えられる。また $P(E)$ は (24) 式の H_T^+ に現れる位相因子の相関関数のフーリエ変換として定義される。

$$P(E) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle e^{i\varphi(t)} e^{-i\varphi(0)} \rangle e^{\frac{i}{\hbar} Et} \quad (33)$$

(31) 式の右辺は次のように解釈することができる。因子 $f(\varepsilon_k)[1-f(\varepsilon_q)]$ はエネルギー ε_k をもった一方の電極電子が他方の電極のエネルギー ε_q の状態へパウリの排他律に抵触することなくトンネルできる割合を表している。エネルギー保存則から残りのエネルギー $eV - (\varepsilon_q - \varepsilon_k)$ は電磁場環境へと放出されたものと考えなければならない。一般に $P(E)$ はトンネルする電子が電磁場環境へエネルギー E を放出する確率 (E が負の場合は吸収する確率) を与える。また、(33) 式から

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(E) dE = 1 \quad (34)$$

が成立することがわかるが、これは確率の保存則を表している。特に、トンネルする電子が電磁場環境とエネルギーのやりとりをしない場合は $P(E) = \delta(E)$ となるが、クーロンブロッケイドは消えてしまう。完全なブロッケイドが起こるためには $P(E) = \delta(E - e^2/2C)$ でなければならないが、これはトンネルする電子がすべての帯電エネルギーを環境へ放出することに対応している。このように電磁場環境は二重の役割をはたしている。即ち、電磁場モードの零点ゆらぎはこれと結合する表面電荷の量子ゆらぎの原因となっている一方で、環境へのエネルギー散逸がクーロンブロッケイドが起こるために不可欠である。

接合を右から左へトンネルする割合 $\overleftarrow{\Gamma}(V)$ は対称性から (31) 式で V を $-V$ とおくことによって得られる。

$$\overleftarrow{\Gamma}(V) = \overrightarrow{\Gamma}(-V) \quad (35)$$

接合を流れる正味の電流 $I(V)$ は右向きと左向きの電流の差

$$I(V) = e (\overrightarrow{\Gamma}(V) - \overleftarrow{\Gamma}(V)) \quad (36)$$

で与えられる。

5 スペクトル関数 $P(E)$ と電磁場環境のインピーダンスとの関係

φ と \tilde{Q} はそれぞれ ϕ と Q から静的な部分（電場と磁場の縦波に相当する部分）を差し引いた残りなので、ボゾンの生成消滅演算子 b_n^\dagger , b_n を使って次のように表すことができる。

$$\varphi = i e \sum_n \sqrt{\frac{1}{2\hbar} \left(\frac{L_n}{C_n}\right)^{\frac{1}{2}} A_n} (b_n^\dagger - b_n) \quad (37)$$

$$\tilde{Q} = - \sum_n \sqrt{\frac{\hbar}{2} \left(\frac{C_n}{L_n}\right)^{\frac{1}{2}} A_n} (b_n^\dagger + b_n) \quad (38)$$

$$[b_n, b_m^\dagger] = \delta_{n,m}, \quad [b_n, b_m] = [b_n^\dagger, b_m^\dagger] = 0$$

ここで、 C_n と L_n は周波数 ω_n における外部回路のキャパシタンスとインダクタンスであり、 A_n はその励起スペクトルを表している。交換関係 (26) から励起スペクトル総和則

$$\sum_n A_n = 1 \quad (40)$$

が導かれる。電磁場環境が温度 T の熱平衡状態にあると仮定すると、数演算子 $b_n^\dagger b_n$ の期待値は

$$\langle b_n^\dagger b_n \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega_n/k_B T} - 1} \quad (41)$$

となるので、位相演算子の相関関数の期待値は次のように計算される。

$$\langle \varphi(t) \varphi(0) \rangle = 2 \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re} Z_t(\omega)}{R_K} \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} \cos \omega t - i \sin \omega t \right) \quad (42)$$

ここで、

$$\text{Re } Z_t(\omega) = \sum_n \frac{\pi}{2C_n} [\delta(\omega - \omega_n) + \delta(\omega + \omega_n)] A_n \quad (43)$$

は電磁場環境のインピーダンスと呼ばれる量の実部で、周波数 ω をもったモードのスペクトル密度を与えている。回路理論によれば、インピーダンスは表面電荷の遅延応答関数を表していて、その実部と虚部はクラマース・クロニツヒの関係式で結ばれている。従って、(43) 式から全インピーダンスは次のように求められる。

$$Z_t(\omega) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\text{Re } Z_t(\omega')}{\omega - \omega' + i0^+} = \sum_n \frac{1}{C_n} \frac{i\omega}{\omega_n^2 - (\omega - i0^+)^2} A_n \quad (44)$$

これは、電磁場環境のインピーダンスがキャパシタンス C_n とインダクタンス $L_n = \frac{1}{C_n \omega_n^2}$ をもった LC 回路が確率の重み A_n で直列につながったものと等価であることを示している。1つの LC 回路は1つの調和振動子と等価だから今考えているモデルはトンネリングにおける環境を調和振動子の集合で近似する Caldeira-Leggett 理論の精神に沿ったものと言える。この理論の見方に立てば、トンネルする電子が電磁場モードを励起することによりエネルギーを散逸した結果、トンネル確率が抑圧されることがクーロンブロッケイドであるということができる。最後に、(33) 式に現れる相関関数 $\langle e^{i\varphi(t)} e^{-i\varphi(0)} \rangle$ を計算しよう。(37) 式を使うと $\varphi(t)$ と $\varphi(0)$ との交換関係が c -数であることがわかるので、公式 $e^A e^B = e^{\frac{1}{2}[A,B]} e^{A+B}$ が適用できる。これと、 φ の奇数次のべきの熱平衡状態での期待値が0であることを使うと

$$\begin{aligned} \langle e^{i\varphi(t)} e^{-i\varphi(0)} \rangle_0 &= e^{\frac{1}{2}[\varphi(t), \varphi(0)]} \langle e^{i[\varphi(t) - \varphi(0)]} \rangle_0 \\ &= e^{\frac{1}{2}[\varphi(t), \varphi(0)]} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m)!} \langle [\varphi(t) - \varphi(0)]^{2m} \rangle_0 \\ &= e^{\frac{1}{2}[\varphi(t), \varphi(0)]} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m)!} (2m-1)!! \langle [\varphi(t) - \varphi(0)]^2 \rangle_0^m \\ &= e^{\frac{1}{2}[\varphi(t), \varphi(0)]} e^{-\frac{1}{2} \langle [\varphi(t) - \varphi(0)]^2 \rangle_0} \end{aligned} \quad (45)$$

が得られる。ここで、3行目の式の係数 $(2m-1)!!$ は、 $2m$ 個を2個ずつの組に分ける組み合わせの数である (Bloch-DeDominicis の定理)。最後の式を $\langle \varphi(t)^2 \rangle_0 = \langle \varphi(0)^2 \rangle_0$ 等をつかって整理すると次の結果が得られる。

$$\langle e^{i\varphi(t)} e^{-i\varphi(0)} \rangle_0 = e^{J(t)} \quad (46)$$

ここで、

$$\begin{aligned} J(t) &= \langle [\varphi(t) - \varphi(0)] \varphi(0) \rangle_0 \\ &= 2 \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re } Z_t(\omega)}{R_K} \left[\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} (\cos \omega t - 1) - i \sin \omega t \right] \end{aligned} \quad (47)$$

は位相拡散の度合いを表す相関関数である。また、最後の等式を得る際に (37) 式を使った。

(42) 式から位相の二乗平均 $\langle \varphi(0)^2 \rangle_0$ が、リード線がインダクタンスを含まない限り発散していることがわかる。これは、ノーマル接合では位相拡散をくい止める機構が一般には存在しないからである。この発散部分は、ノーマル接合では (47) 式のように常に差し引かれているので問題にはならないが、超伝導接合では、発散部分があらわに物理量に顔を出し、超伝導-絶縁体転移において重要な役割を果たす。

6 微小ジョセフソン接合

次に電極が超伝導状態にある微小ジョセフソン接合におけるトンネル電流の量子化を考えよう。微小ジョセフソン接合を記述するハミルトニアンは静電エネルギーを表わす項の他にジョセフソンの結合エネルギーを表わす項を含む。

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{Q}^2}{2C} + E_J(1 - \cos \hat{\varphi}) \quad (48)$$

表面電荷に対応する演算子 \hat{Q} と 2 つの超伝導電極の位相差 $\hat{\varphi}$ の間には交換関係

$$[\hat{\varphi}, \hat{Q}] = 2ei \quad (49)$$

が仮定される。今、議論を簡単にするために (48) を $\hat{\varphi}$ の期待値のまわりに微小振動展開すると、(48) 式は調和振動子のハミルトニアンとなり、そのエネルギー固有値は交換関係 (49) のために離散的になる。

$$E_n = \hbar\omega_p \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \hbar\omega_p = \sqrt{8E_J E_C} \quad (50)$$

ここで $E_C \equiv (2e)^2/2C$ はクーパー対 1 つ当りの静電エネルギーである。

マクロなジョセフソン接合では $E_J \gg E_C$ が成立し、ポテンシャルの深さ E_J に比べて零点エネルギー $\frac{1}{2}\hbar\omega_p$ は無視できる。従って、系はほとんど常にポテンシャルの底に局在し、位相差は準古典的な変数とみなすことができる。逆に、 $E_C \gg E_J$ が成立するようなミクロな接合では、零点エネルギーがポテンシャルの深さに比べてずっと大きくなるので系はポテンシャルの底に局在することができない。これは、運動量 $\hat{Q}^2/2C$ をもった系が弱い周期的ポテンシャル $E_J(1 - \cos \hat{\varphi})$ の影響でエネルギーバンド（ブロッホ状態）を作り、位置に相当する $\hat{\varphi}$ がバンド内で任意の値をとることができることを意味している。この場合、位相差に共役な擬電荷が準古典的な変数となる。

微小ジョセフソン接合の分散曲線とエネルギーバンドを図 4 に示す。分散曲線はノーマル接合の場合と同様に放物線となるが、周期的ポテンシャルの影響でバンド端に相当す

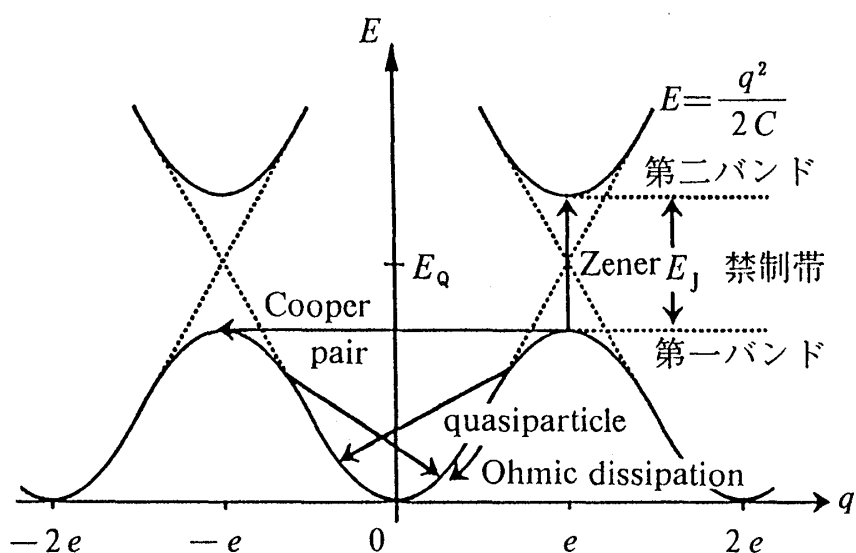


図4 微小ジョセフソン接合のエネルギー分散曲線。

る $q = \pm e$ の所でエネルギーギャップ E_J が開いている。金属中の伝導電子の場合にエネルギーギャップが開くのは、ブリランゾーンの端でのブラッグ反射のために波動関数が混ざり合うためであった。微小ジョセフソン接合の場合は $q = e$ の所でクーパー対のトンネリングが起こり、 $q = e$ の状態と $q = -e$ の状態が強く混ざり合うためである。従って、接合を定電流 I で駆動してやると接合に発生する電圧は周波数 $f = I/2e$ で規則的に振動することが予想される。この振動は周期ポテンシャル中で一定の電場で加速される電子の運動との類似からブロッホ振動と呼ばれる [3]。

以上は理想化されたモデルでの議論であったが、現実にはクーパー対トンネリングの他に準粒子トンネリングやシャント抵抗の影響、更にバンド端でより高いエネルギーバンドへ遷移してしまうジーナートンネリングの可能性も無視できず、微小ジョセフソン接合は非常に複雑なダイナミックスを示す。このような系に対しても低電流の領域で漸近的に厳密となるマスター方程式の解析解が存在する [12]。

図5はこの解を用いて計算された電流電圧 ($I-V$) 特性を示している。曲線(a)はシャント抵抗のない定電流駆動の場合に対応している。 $\bar{I}/\left(\frac{e}{R_T C}\right) < 0.05$ の領域では $I-V$ 特性はノーマル接合でのSET振動の場合と同様な放物線状をしている。これは、バイアス電流があまりに小さいと、表面電荷がバンド端 e に達するまでに準粒子トンネリングが起こってしまうからである。バイアス電流を大きくしていくと、電荷がバンド端に達する確率が次第に高くなり、クーパー対トンネリングによるブロッホ振動が支配的になる。クーパー対トンネリングは電圧を発生しないので、接合面に発生する電圧 \bar{V} は $\bar{I}/\left(\frac{e}{R_T C}\right) \approx 0.075$ 付

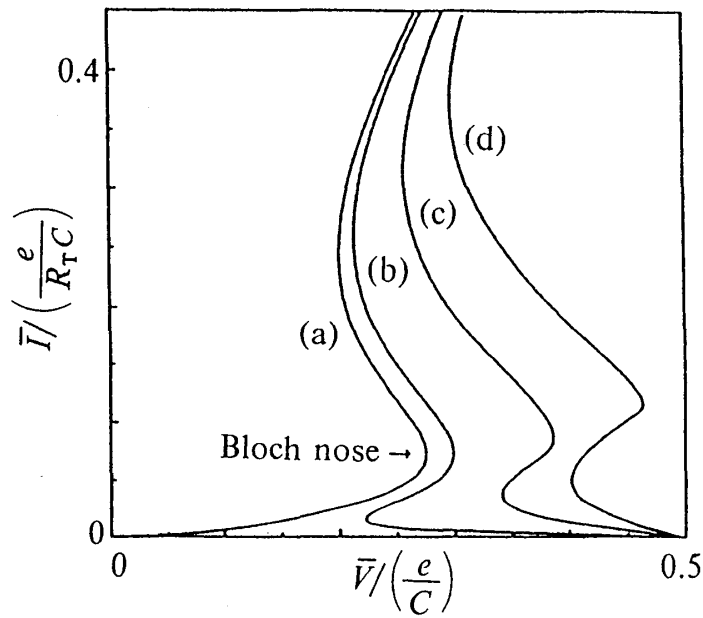


図5 微小ジョセフソン接合の電流電圧特性。

近を境に減少に転じる（この境はしばしば“Bloch nose”と呼ばれる）。更に電流を増すと今度はバンド間遷移（ジーナートンネリング）が頻繁に起こるようになり、 $I-V$ 特性は再びノーマル接合の場合に近づく。曲線(b)-(d)はシャント抵抗を増していった場合の $I-V$ 特性を表わしている。このとき、 $I-V$ 特性は $\bar{I}/(\frac{e}{R_T C}) \approx 0$ の付近で新たに傾きが負の部分をもつ。これは、表面電荷が準粒子トンネリングが可能な領域 ($|q| > e/2$) に達する前にシャント抵抗を通じて放電されてしまうためである。

このように、微小なジョセフソン接合はマクロな接合の場合と全く違った特性を示す。特に、臨界電流以下でも有限な電圧を示すという点が著しく異っている。他方、ノーマル接合の場合に比べて複雑な様相を示すのは、巨視的量子現象が示す散逸機構の多様さにその本質があると言える。

7 注入電流の非平衡量子揺らぎ

単一接合でSET振動が観測されるためには電荷の輸送に関して二つの条件が満足されなければならない。まず、トンネリングに際しては電荷は離散的に運ばなければならない。これは、条件2が満足されれば近似的に成立する。他方、クーロンブロッケイドのしきい値は $e/2$ だから、外部回路から e に比べて連続的に電荷を注入しなければならない。これは、接合に接続された抵抗体に電流に比例したショット雑音 [(1)式] が発生しないこ

とを要請する。高品質抵抗体でショット雑音が発生しないことは経験上よく知られているが、この事実は伝導電子が互いに無相関に運動するものと仮定したのでは理解できない。

このことを示すために抵抗体を透過確率 T の散乱体であると仮定してみよう。散乱体への入射電子数を N とし、これらが互いに無相関に散乱されると仮定すると透過電子数 n は二項分布に従うので、その平均値と分散はそれぞれ $\langle n \rangle = NT$ 、 $\langle (\Delta n)^2 \rangle = NT(1-T)$ で与えられる。両者の比

$$W = \frac{\langle (\Delta n)^2 \rangle}{\langle n \rangle} = 1 - T \quad (51)$$

は雑音指数 (noise figure) と呼ばれ、ショット雑音に対しては $W = 1$ 、電流雑音が無い場合は $W = 0$ が得られる。これから、透過確率が低いトンネル接合がショット雑音を示し、 T が1に近い量子ポイントコンタクトを流れる電流がショット雑音以下の揺らぎを示す [13] ことが理解できる。マクロな抵抗体の場合、各電子に対する透過確率はゼロに近いと考えられるので、(51) 式から $W = 1$ が得られ、ショット雑音をほとんど示さないという経験事実と矛盾してしまう。

これからわかるように、平均値がゼロでない電流揺らぎがショット雑音以下であるためには、伝導電子が相関を持って運動する機構が働かなければならない。このような機構としてまず考えられるのは、クーロン相互作用である。これは放電管のような電子密度が比較的低い系の電流雑音を抑圧することが知られている (空間電荷制限電流)。荷電粒子の干渉計の感度もまた、クーロン相互作用によって改善される [14]。一方、伝導電子が縮退していると考えられる抵抗体の場合は、非弾性散乱によるエネルギー緩和が電流雑音を抑圧するための十分条件であることが示される [15]。この理由は、抵抗体中で強いエネルギー緩和を受けると、伝導電子系は完全縮退したままその重心運動によって電流を運ぶようになるからである。このため、電流雑音スペクトルは、マクロな電流が流れているにも拘らず平衡系でみられるジョンソン・ナイキスト雑音を示し、抵抗値 R_s に反比例して減少する。

以上の議論を要約すると図6 のようになる [16]。絶対零度でかつ低周波数極限では、平衡雑音は消え非平衡雑音だけが残る。その結果、上述のように、トンネル接合(A)はショット雑音、非平衡雑音も抑圧されるマクロな抵抗体(C)は無雑音、量子ポイントコンタクト(B)はその中間の電流雑音を示す。しかし、高周波数領域では、いずれの場合も電子系の持つ量子力学的零点エネルギーのために周波数に比例した平衡雑音を示すようになり、電荷の連続的な注入が困難になる可能性を示している。

高周波数領域で支配的となる零点揺らぎを抑圧するためには、関心のある周波数帯域の量子雑音を他の帯域へ押しやるという、周波数の異なるモード間の量子雑音の再分配

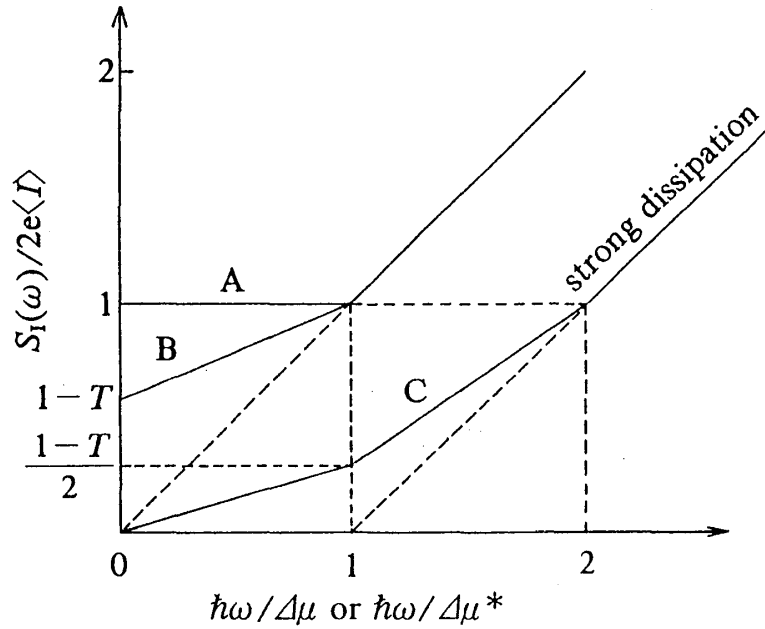


図6 トンネル接合(A)、量子ポイントコンタクト(B)、マクロな抵抗体(C)の絶対零度における電流雑音スペクトル $S_I(\omega)$ 。 T はサンプルの透過確率、 $\Delta\mu/e$ はエネルギー散逸がない場合、 $\Delta\mu^*/e$ はエネルギー散逸がある場合のサンプルにかかった実効的な電位差を表している。

(モード間スキージングという)を考える必要がある。しかし、これを電子系（一般に、フェルミオン系）で実現する方法は知られていない。

8 トンネル時間

2節で接合をとりまく電磁場環境がクーロンブロッケイドに与える影響を議論したが、本節では電磁場環境がトンネリングのダイナミックスにどのような影響を与えるかを議論しよう [17]。

図7のように高さが U_0 のポテンシャル障壁を電子が $x=0$ から $x=d$ までトンネルする状況を考える。コンデンサーには電荷 Q が蓄えられていて、これがインダクタンス L を持ったコイルとエネルギーをやりとりすることで周波数 $\omega = (LC)^{-1/2}$ で振動するものとする。接合電荷が Q のとき接合面に垂直に電場 Q/Cd がかかるので、位置 x にある電子は静電ポテンシャル $-eQx/Cd$ を感じる。従って、全系のハミルトニアンは

$$H = \frac{p^2}{2m} + U_0 + \frac{\Phi^2}{2L} + \frac{Q^2}{2C} - \frac{eQx}{Cd} \quad (52)$$

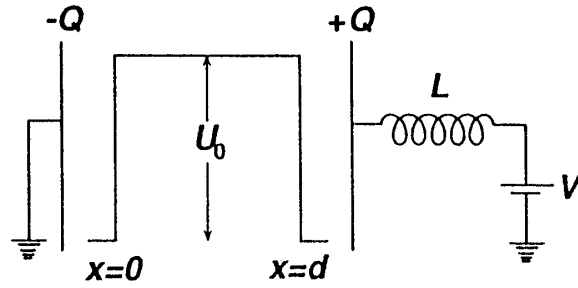


図7 微小トンネル接合の模式図。インダクタンス L とエネルギーをやりとりすることでコンデンサー C にたまった電荷およびこれに誘起された静電ポテンシャルは LC 回路の特性周波数 $\omega = (LC)^{-1/2}$ で時間的に振動する。電子はポテンシャル障壁の高さ U_0 と幅 d で決まる別の時間スケールでトンネルするので、両者の時間スケールの大小関係によってトンネリングのダイナミクスが変化する。

と書ける。ここで、 m は電子の質量、 p は運動量である。2節で議論したように、トンネリングにともない Q が e だけ変化することを考慮すると、トンネリングが起こるしきい値は $e/2$ となるが、本節では簡単のためこのような変化を無視し、 Q とトンネルする電子の座標 x を互いに独立な変数とみなすモデルを考える。従って、電子は $Q = 0$ でもトンネルできる。

電子がポテンシャル障壁を通過するのにかかる時間を T_0 とすると、 $\omega T_0 \ll 1$ ならば電子はトンネルする瞬間の電荷によって決まるポテンシャル

$$V_D(x) = U_0 - \frac{eQ}{C} \frac{x}{d} \quad (53)$$

を感じるものと考えられる。他方、 $\omega T_0 \gg 1$ ならば、電荷は系のエネルギーが常に最小になるように電子の運動に合わせて断熱的に変化できるので、電子は (52) 式の最後の二項を平方完成した残りの分極ポテンシャル

$$V_S(x) = U_0 - E_C \left(\frac{x}{d} \right)^2 \quad (54)$$

を感じるものと考えられる。このように微小接合ではトンネル時間が電磁場モードの特性周波数の逆数より短いかに長いかによって電子を感じるポテンシャルが変化し、これがトンネル電流の変化として現れるのである。特に、室温動作が可能な微小接合では E_C が 1eV に達するために電流値が大きく変化することが期待できる。

図8 はトンネル時間 T とトンネル確率 $\propto e^{-S/\hbar}$ を与えるトンネル指数 S を ωT_0 のいくつかの値に対して E_C と U_0 の比の関数として示したものである。 T_0 は

$$T_0 = \frac{d}{\sqrt{2U_0/m}} \quad (55)$$

で与えられる相互作用のない場合のトンネル時間で、対応するエネルギー \hbar/T_0 は（定数を別にして）ポテンシャルの高さ U_0 と電子の閉じこめエネルギー $(\hbar/d)^2/2m$ の幾何平均となっている。 $S_0 = 4U_0T_0$ は相互作用のない場合のトンネル確率 $\propto e^{-S_0/\hbar}$ を与えるトンネル指数である。この図から E_C が増加するか、または、電磁場モードの特性周波数が大きくなるにしたがってトンネル電流が指数関数的に増大することがわかる。このことは、接合面積だけが異なるいくつかの微小接合を流れるトンネル電流が面積に比例しては小さくならないことを意味している。 E_C/U_0 の関数としてトンネル時間が変化するのにはパラメタに依存して電子が感じる実効的なポテンシャルが変化するからである。

ところで、電子が自分自身のエネルギーよりも高いポテンシャル障壁をトンネルできるのはその波動性によるのだから、粒子の通過時間のような意味でトンネル時間を定義することには本来無理がある[18]。しかし、ダイナミカルな問題を考える場合には、相互作用を特徴づける時間スケールとしてのトンネル時間を導入することは理解を助ける上でしばしば有用である（このような時間は Büttiker-Landauer 時間と呼ばれる[18]）。本節で用いたトンネル時間は次のように決められる。トンネル確率を計算するためにハミルトニアンを虚時間でのラグランジアンに変換すると、準古典近似の範囲では電子の運動は反転したポテンシャル $-U_0$ 中での運動に帰着する。トンネル時間は、このような電子が入射エネルギーとポテンシャルの高さによって決まる初速度で $x = 0$ から出発して $x = d$ に達するまでに要する時間としてセルフコンシステントに決められる。

図8でトンネル時間がピークを持つことは次のように理解される。トンネルする電子が電磁場モードと相互作用すると電子にとっての実効的なポテンシャルが下がる[(53)(54)式参照]。これは、ポテンシャルの符号が反転した虚時間形式では電子の速度の減少を意味するので $x = d$ に達するのにかかる時間が長くなる。ところが、相互作用があまり強くなるとポテンシャルの下がり方が $x = d$ より以前に U_0 よりも大きくなり、バリアーが透明になってくる従って、電子がトンネルする距離も短くなるのでトンネル時間もまた減少に転ずるのである。

図9は電子の感じる実効的なポテンシャル U_{eff} を ωT_0 のいくつかの値に対して示したものである。曲線(c)と(d)はバリアーが透明になる様子を示している。また、破線はそれぞれダイナミックな極限($\omega T_0 \ll 1$)とスタティックな極限($\omega T_0 \gg 1$)を表している。 Q はゼロのまわりに振動するために(6)式の第二項を単純に平均するとゼロになるが、実際には、 Q が正の場合と負の場合でトンネル確率の重みが異なるために、第二項からの寄与が残り、その結果、ダイナミックな極限の破線のように実効的なポテンシャルが傾くのである。図9の挿入図はバリアー内出の電子の軌道(bounce trajectory)を虚時

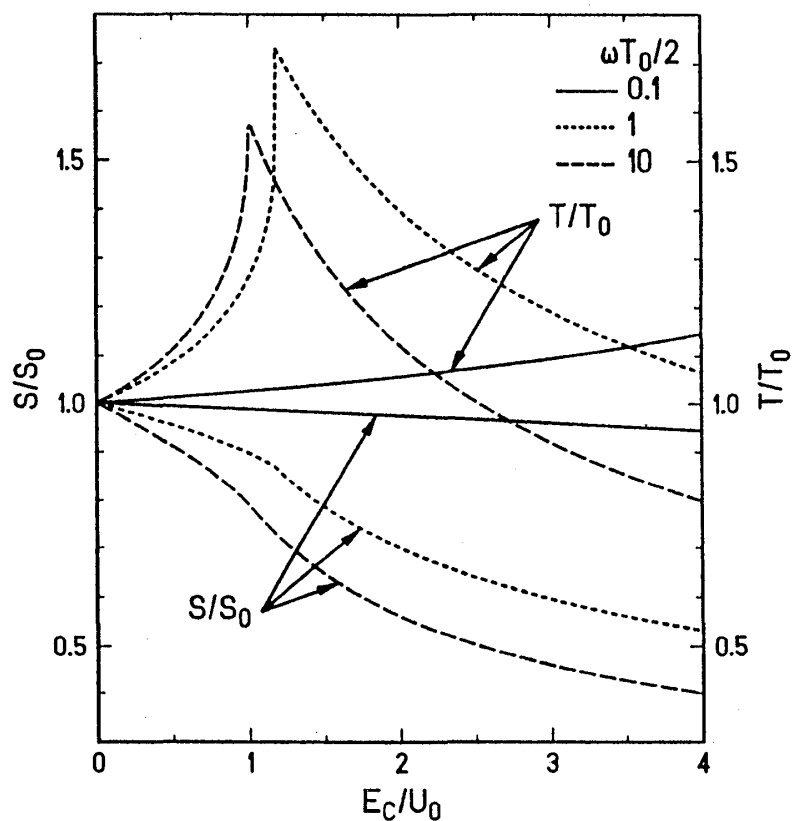


図8 規格化されたトンネル時間 T とトンネルレート $\propto e^{-S/\hbar}$ を与えるトンネル指数 S を、 E_C/U_0 の関数として表した図。 $\omega = (LC)^{-1/2}$ はLC回路の特性周波数である。

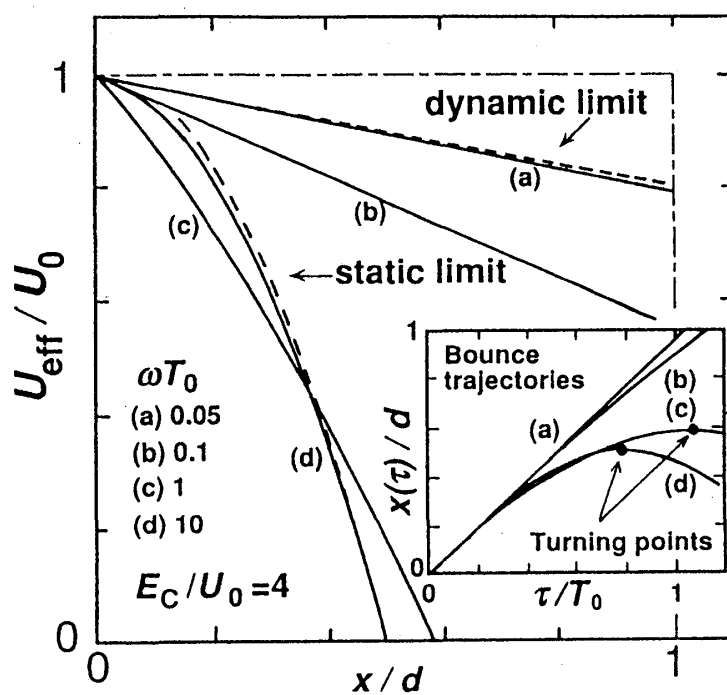


図9 トンネルする電子が感じる実効的ポテンシャル U_{eff} を ωT_0 のいくつかの値に対して示した図。挿入図は対応する電子の軌道を示している。

間の関数として示したものである。バリアーが透明になることに対応して曲線(c) と(d)の転回点は d に達していない。

最後にトンネル時間とエネルギー散逸との関係を議論しよう。図10はトンネルする電子に対する実効的なポテンシャルをその位置 x と接合電荷 Q の関数として示したものである。ガウス型の山は電荷の波動関数の広がりを表していて、その分散は(11)式で与えられる。ダイナミカルな極限 ($\omega T_0 \ll 1$) では、電子はそのエネルギーをほとんど変えることなくトンネルする(曲線1、2)。この場合、電磁場モードは電子の運動に追従できないので電荷の平均値もほとんど変化しない。しかし、波動関数が広がっているために終状態のエネルギーは $\sqrt{\hbar\omega E_C}$ 程度分布している。逆の極限 $\omega T_0 = \infty$ では、電子はポテンシャル(54)中を運動し、相互作用によってエネルギー E_C を獲得する(曲線4)が、トンネリングは断熱的に起こるために接合電荷の平均値が $Q = 0$ から $Q = e$ へ変化する(鏡像電荷)だけで電磁場環境のモードは励起されない。 ωT_0 が無限大でない断熱的な場合から電子の軌道がずれる(曲線3)結果、獲得するエネルギーは E_C に比べて少なくなる。Caldeira と Leggett はこのようなダイナミカルな効果によるエネルギー変化の減少分をエネルギー散逸と呼び、それによるトンネル確率の減少分を議論した[19]。しかし、実際には電荷の波動関数は広がりを持っているために曲線3と曲線4の終状態の波動関数の重なり積分はゼロではなく、波動関数の中心が曲線3に沿って動くトン

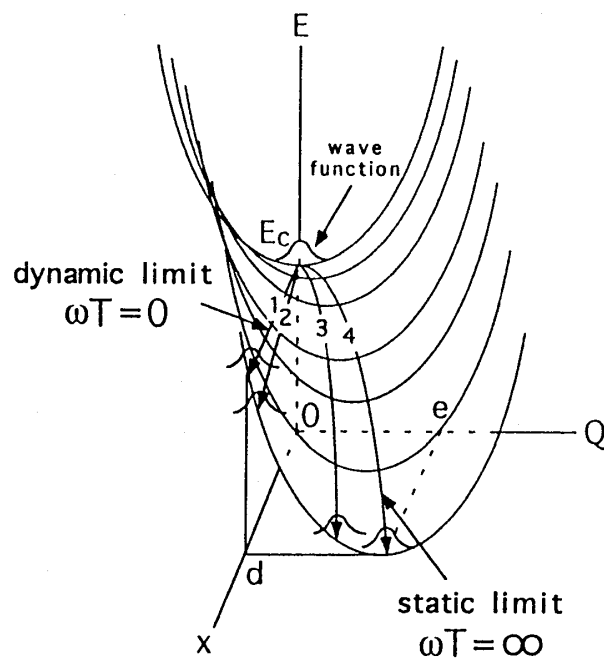


図10 トンネルする電子に対するポテンシャルを電子の位置 x と 接合電荷 Q の関数として表した図。エネルギーの原点は任意にとっている。ガウス型の山は電荷の波動関数を表している。

ネリングもエネルギー散逸を伴わないトンネリングを一部含んでいる [20]。ここで議論した例からもわかるように、一般に、エネルギー散逸と全トンネル確率の変化分との関係は一意ではなく、個々の物理的状況に適合した注意深い問題設定が必要である。

9 おわりに

クーロンブロッケイドの本質が帯電効果であるということは30年以上も前から知られていたことである。近年の実験技術の進歩によって現象を詳しく観測できるようになった結果、帯電エネルギーが量子効果により大きく揺らいでいることが認識された。この現象は、非平衡電流雑音の問題やトンネル時間の問題とともに、メゾスコピック系の輸送現象全般に顔を出す興味深い現象でありまた、電子デバイスをさらに微細化していく上で避けて通れない課題になるものと思われる。

トンネル接合は一般に位相と電荷という2つの非可換な量子変数のゆらぎの間の取り引き関係という観点から理解することができる。マクロなジョセフソン接合では位相が古典的な変数であるが、接合が小さくなると位相の量子ゆらぎに起因する巨視的量子トンネリング (macroscopic quantum tunneling (MQT) of phase) が重要になる。逆の極限、すなわち、電荷を(準)古典的な変数とみなしうるような極微小なトンネル接合では帯電効果が重要になるが、電荷の量子ゆらぎに起因する電荷の巨視的量子トンネリング (MQT of electric charge) の観測結果の報告もなされている。

単一接合を用いた実験では浮遊容量を完全に除去することは困難なため、単一接合系での実験を説明するためにはトンネル接合をとりまく電磁場環境を取り込んだ理論が必要である。室温動作するくらい微小なノーマル接合や、半導体や超伝導接合ではトンネル時間は電磁場環境の時間スケールに比べて無視できず、これがクーロンブロッケイド効果を修正する可能性について述べた。

微小接合の研究は、新しいデバイス原理や電流・電荷標準への応用が真剣に検討されている一方で、トンネル時間などこれまでは純粋に理論家の研究対象であった問題が実験的検証の対象になりつつある。今後に残された理論的、実験的課題は多い。

References

- [1] R. Kubo, J. Phys. Soc. Jpn. **17**, 975 (1962).
- [2] C. J. Gorter, Physics **17**, 777 (1951); C. A. Neugebauer and M. B. Webb, J. Appl. Phys. **33**, 74 (1962); I. Giaever and H. R. Zeller, Phys. Rev. **181**, 789 (1969); J. Lambe and R. C. Jacklevic, Phys. Rev. Lett. **22**, 1371 (1969).
- [3] 最近のレビュー記事としては D. V. Averin and K. K. Likharev, in *Mesoscopic Phenomena in Solids*, edited by B. L. Altshuler, P. A. Lee, and R. A. Webb (Elsevier, Amsterdam, 1991), p. 173; H. Grabert and M. Devoret (eds.) *Single Charge Tunneling* (Plenum, New York, 1992).
- [4] 一連の単一電子デバイスの動作原理やその応用の日本語による解説としては上田正仁：パリティ **8**, 48 (1993); 応用物理学会誌 **62**, 889 (1993).
- [5] 小林俊一：固体物理 **28**, 100 (1993).
- [6] L. J. Geeligs, D.V. Averin and J. E. Mooij: Phys. Rev. Lett. **65**, 3037 (1990); T. M. Eiles, G. Zimmerli, H. D. Jensen and J. M. Martinis: Phys. Rev. Lett. **69**, 148 (1992).
- [7] P. Lagarge, P. Joyez, H. Pothier, A. Cleland, T. Holst, D. Esteve, C. Urbina, and M. Devoret, C. R. Acad. Sci. Paris **314**, 883 (1992); J. M. Martinis, N. Nahum, and H. D. Jensen, Phys. Rev. Lett. **72**, 904 (1994); M. W. Keller, J. M. Martinis, and R. L. Kautz, Phys. Rev. Lett. **80**, 4530 (1998).
- [8] D. V. Averin and Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. Lett. **65**, 2446 (1990).
- [9] A. N. Cleland, J. M. Schmidt, and J. Clarke, Phys. Rev. Lett. **64**, 1565 (1990); Phys. Rev. B **45**, 2950 (1992).
- [10] 上田 正仁：固体物理 **28**, 79 (1993).
- [11] Yu. V. Nazarov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **95**, 975 (1989) [Sov. Phys. JETP **68**, 561 (1989)]; M. H. Devoret, D. Esteve, H. Grabert, G. -L. Ingold, H. Pothier, and C. Urbina, Phys. Rev. Lett **64**, 1824 (1990); S. M. Girvin, L. I. Glazman, M. Jonson, D. R. Penn, and M. D. Stiles, Phys. Rev. Lett. **64**, 3183 (1990).

- [12] A. Furusaki and M. Ueda, Phys. Rev. B **45**, 10576 (1992).
- [13] Y. P. Li, D. C. Tsui, J. J. Hermann, J. A. Simmons and G. Weimann, Appl. Phys. Lett. **57**, 774 (1990).
- [14] M. Kitagawa and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **67**, 1852 (1992); Phys. Rev. **47**, 5138 (1993).
- [15] A. Shimizu and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **69**, 1403 (1992); 清水 明 : 固体物理 **28**, 771 (1993).
- [16] M. Ueda and A. Shimizu, J. Phys. Soc. Jpn. **62**, 2994 (1993).
- [17] M. Ueda and T. Ando, Phys. Rev. Lett. **72**, 1726 (1994).
- [18] E. H. Hauge and J. A. Støvneng, Rev. Mod. Phys. **61**, 917, (1989).
- [19] A. O. Caldeira and A. J. Leggett, Ann. Phys. (N.Y.) **149**, 374 (1983); A. J. Leggett, Phys. Rev. B **30**, 1208 (1984); 散逸のある量子系を記述した最近の本としては、たとえば、U. Weiss, 'MQuantum Dissipative Systems' (World Scientific, Singapore, 1993).
- [20] M. Ueda and T. Ando, unpublished.